

## Chapitre 4 : Dynamique du pt matériel

### I. Introduction

- \* c'est l'étude du mvt du pt mat en relation avec les causes de ce mvt.
- \* Elle repose sur 3 principes : énoncés par le physicien "Newton" au 17<sup>ème</sup> siècle.
  - Principe de l'action et la réaction.
  - " " " l'inertie
  - " " Fond de la dynamique (P.F.D)

Commençons par étudier les concepts de masse et de forces

### II - Eléments cinétiques d'un pt mat.

#### 1. Masse d'un pt mat.

- \* c'est une grandeur physique qui caractérise l'inertie d'un corps (c.à.d : sa résistance à  $\neq$  modification de son mvt)
- \* la masse est d'autant plus grande que le corps s'oppose au mvt
- elle est représentée par réel scalaire noté  $m$  son unité en SI est : kg
- \* elle est indépendante de l'état du mvt d'un corps

Note : ne pas confondre la masse d'un objet et son poids.

- \* le Poids  $\vec{P}$  est une force due principalement à l'action qu'exerce le champ gravitationnelle.

#### 2. Quantité de mvt

Exemple : Si on a un camion et une voiture se déplaçant à la même vitesse  $\vec{v}$  ils heurtent un obstacle  $\Rightarrow$  dégâts produits par le camion  $\neq$  dégâts produits par la voiture.

- \* la vitesse à elle seule est insuffisante pour expliquer les conséquences du mvt.

$\Rightarrow$  Introduction du vect  $\vec{p}$  : vect de qte de mvt donné par  $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

- \*  $\vec{p}$  est caractérisé par :
  - pt d'app : la po du pt mat
  - direction : celle de  $\vec{v}$
  - sens : celui de  $\vec{v}$
  - norme :  $\|\vec{p}\| = p = m \cdot v$



- la qte du mvmt est une grandeur physique qu'il la masse d'un corps à son mvmt (décrit par  $\vec{v}$ )

- $\vec{p}$  dépend du référentiel considéré pour l'étude du mvmt

3. moment cinétique d'un pt mat  $M$

- Désignons par  $O$  un pt fixe d'un réf au le pt  $M$  de masse  $m$  se déplace avec une vitesse  $\vec{v}$ . Le moment cinétique de  $M$  par rapport à  $O$  est noté  $\vec{\sigma}_O(M) = \vec{OM} \wedge m\vec{v}$

utilité: il est intéressant lorsque l'on étudie les mvmts de rotation d'un pt mat.

- $\vec{\sigma}_O$  dépend aussi du réf considéré pr l'étude

- On définit aussi le moment cinétique par rapport à une axe  $(\Delta)$  de vect unitaire  $\vec{u}$  par:

$$\vec{M}_{(\Delta)}(M) = \vec{u} \cdot \vec{\sigma}_O(M) \quad (O \text{ est un pt de } (\Delta))$$

Exemple: Calcul du mvmt cinétique - E.N.C. Cartésien  $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

$$\vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$$

$$\vec{\sigma}_O(M) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} \end{vmatrix} = (y\dot{z} - \dot{y}z)\vec{i} + (z\dot{x} - \dot{z}x)\vec{j} + (x\dot{y} - \dot{x}y)\vec{k}$$

- E.N.C. polaires:

$$\vec{OM} = r\vec{e}_r \Rightarrow \vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta$$

$$\Rightarrow \vec{\sigma}_O(M) = r\vec{e}_r \wedge (r\dot{\theta}\vec{e}_\theta) = r^2\dot{\theta}\vec{e}_z$$

$$\vec{\sigma}_O(M) = r^2\dot{\theta}\vec{e}_z \Rightarrow \|\vec{\sigma}_O(M)\| = r^2\dot{\theta}$$

4. Énergie cinétique:

- c'est une grandeur physique scalaire positive notée  $E_c$  et donne par  $E_c = \frac{1}{2} m \|\vec{v}\|^2$

- c'est l'énergie que possède un corps grâce à son mvmt

- Si le corps est immobile  $\Rightarrow v=0 \Rightarrow E_c=0$

- Si  $v \uparrow \Rightarrow E_c \uparrow$

- Son unité est: joule (J)



### III - Notion de force:

\* C'est une grandeur vectorielle qui caractérise l'interaction capable de déplacer et/ou de le déformer.

\* Le vect  $\vec{F}$  est caractérisé par: - point d'app: c'est le point du solide ou s'exerce la force. (En méca du pt mat le pt d'app ne se perçoit pas)

- direction: droite qui supporte le

vect  $\vec{F}$ .

- sens: c'est l'un des 2 sens du

pt mat à l'objet qui exerce la force.

- module: Intensité de  $\vec{F}$  (N)

Rq: si le pt mat M est soumis à plusieurs forces  $\vec{F}_i (i=1; \dots; n)$

$\Rightarrow$  on dit que M est soumis à la résultante  $\vec{F}$ , donnée par:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

#### a. Nature de force:

- on distingue les forces de contact et les forces à distance.

\* Forces à distance: ces actions ne nécessitent <sup>pas</sup> que les 2 corps soient en contact et s'exerce sur l'ensemble du corps. (on dit qu'elles sont réparties en volume). Ex: forces électriques magnétiques...

\* Forces de contact: Elles nécessitent le contact entre les 2 objets. on dit qu'elles sont réparties en surface. Exemples: la réaction d'un support tension d'un fil.

#### b. Exemples des forces:

1/ Force à dist: Poids d'un objet P

\*  $\vec{P}$  est caractérisé par:

- direction: Tjs verticale

- Sens: Tjs vers le bas.

- pt d'app: le centre de gravité d'un objet.

- Intensité:  $P = m \cdot g$  ( $g$ : champ de pesanteur)

$$g = G \cdot \frac{M_{\text{terre}}}{R_{\text{terre}}^2} \quad (\text{à la surface de la terre})$$

$$\text{A une longitude } z \quad R_{\text{terre}}^2 \quad g = G \cdot \frac{M_{\text{terre}}}{(R_{\text{terre}} + z)^2}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ (S.I.)}$$

G: const gravitationnelle.



ii/ Ex. de forces de contact :

1. Réaction d'un solide sur un solide:  $\vec{R}_{B/K}$

on a  $\vec{R}_{B/K} = \vec{N} + \vec{T}$

(K un objet en contact sur B)



$\vec{N}$  : c'est l'action normale permanente de B sur K.

- point d'app : pt de contact
- direction :  $\perp$  au support B.
- sens : de B vers K.

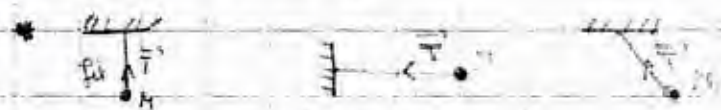
$\vec{T}$  : c'est la force de frottement solide-solide (B sur K)

- direction : c'est la dir du dép de K sur B ( $T_g$  du supp)
- sens : opposé à celui du dép :
- pt d'app

Rq : Si K est immobile sur B  $\vec{T} = \vec{0} \Rightarrow \vec{R} = \vec{N}$

Si la surface lisse  $\Rightarrow$  pas de force  $\vec{T} = \vec{0} \Rightarrow \vec{R}_{B/K} = \vec{N}$

2. Tension d'un fil

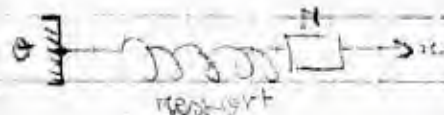


- Direction : celle du fil
- sens : du solide vers le fil
- pt d'app : le point d'attache du solide au fil

Rq : Si le fil est inextensible la tension  $\vec{T}$  est la même en tout point du fil.

$\vec{T}$  est appelé force de liaison.

3. Force de rappel. Force exercée par le res



$\Rightarrow l_0$  : longueur à vide du ressort.

$l$  : long du ressort après l'attachement du ressort.

$\Rightarrow \Delta l = l - l_0$



$\Delta l = l - l_0$   $\Delta l$  allongement du ressort.

Force de rappel est  $\vec{F} = -K \Delta l$ .

on  $\Delta l > 0$  si le ressort est étiré

$\Delta l < 0$  si le ressort est comprimé

les caractéristiques de  $\vec{F}$ :

\* direction : celle du ressort

\* sens : si le ressort est allongé, le sens sera du solide vers le ressort

\* Or le sens  $\vec{F}$  sera du ressort vers le solide.

\* pt. de rapp. : pt. d'attache entre le ressort et le solide.

\* le module  $F = K \cdot \Delta l$ .

où  $K$  = la cte de raideur du ressort (caract. du ressort)

$L_f$  = Force exercée par un fluide sur un objet immergé

Ses caractéristiques :

\* direction : vertical (fluide ex : liquide)

\* sens : vers le haut

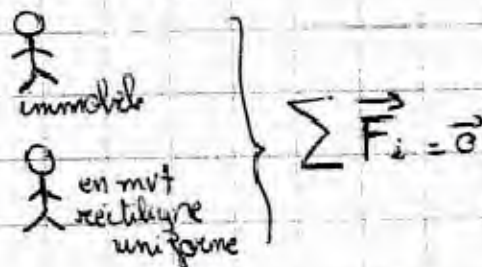
\* pt. d'app : En général c'est le centre de la surface immergée dans le liquide.

\* module :  $\pi = m_{\text{fluide déplacé}} \cdot g$

( $\vec{\pi} = -\vec{P}$  du fluide déplacé)

## II. Principe d'inertie :

1. Énoncé et def :



\* Ce principe exprime le fait que dans un référentiel donné,  $n$  corps immobile ou en mvt rectiligne uniforme n'est pas soumis à aucune force (ou si des forces qui se compensent)



\* Le ref dont lequel ce principe est vérifié est appelé appelé ref "Galiléen" ou ref d'inertie.

\* tout ref  $R_i$  en mv't de translation rectiligne uniforme par v. à un ref Galiléen est aussi Galiléen.

Quelques refs usuels.

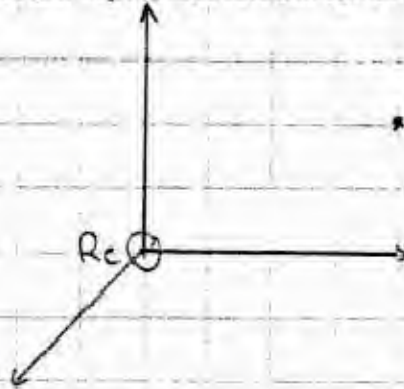
\* En réalité, le fait de considérer un ref Galiléen est une approximation.

1 / Ref de Copernic ( $R_c$ ):

\* Origine : le barycentre du système solaire qui est le soleil

\* Axes : Sont dirigés vers 3 étoiles suffisamment éloignées pour pouvoir être considérées comme fixes.

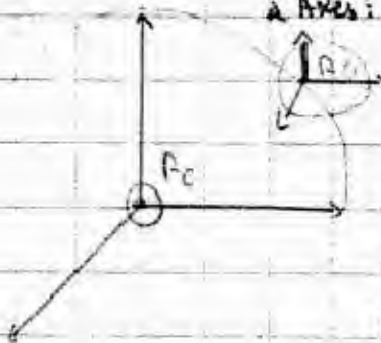
\*  $R_c$  est considéré galiléen en 1<sup>ère</sup> approximation



2 / Ref géocentrique ( $R_g$ )

\* Origine : Centre de la terre.

\* Axes : gardent une direction fixe % à ceux de  $R_c$ .



En réalité,  $R_g$  est en translation elliptique % à  $R_c$ . Cependant, l'accélération de la terre autour du soleil est faible si on la néglige, on considère  $R_g$  un ref Galiléen avec une très bonne approximation.

$R_g$  :  $R_g$  est utilisé ds le cas pour l'étude du mv't des satellites.



### 1.1 / Ref terrestre $R$ (ref du laboratoire)

\* Origine : un pt A de la surface de la terre.

\* axes sont  $\begin{cases} Ox: \text{ suivant un méridien du nord vers le sud} \\ Oy: \text{ Parallèle (ouest-est)} \\ Oz: \text{ suivant la verticale du lieu.} \end{cases}$

\* Du fait de la rot de la terre autour d'un axe (axe pôle Nord-Pôle sud)

$R_T$  n'est pas un ref galiléen

$\Rightarrow$  On le considère galiléen que lorsque la durée de l'expérience est  $\ll 24h$  (durée de rot de la terre)

ou si simplement l'effet de la rot est négligeable.

Exemple: L'étude du mov de la lune autour de la terre est étudié % au ref  $R_G$  (et non  $R_T$ ).

$\Rightarrow$  dans  $R_G$  la trajectoire de la lune est presque un rayon 384000 km durée d'un tour 23,7 jours.

$R_G$ :  $R_T$  est considéré galiléen avec une bonne approximation

Exemple: Considérons une voiture qui roule avec une vitesse uniforme sur une ligne droite et une bille déposée sur son tableau de bord.

\* Sys étudié: Bille.

\* Ref lié à la voiture ( $R'$ )

\* Bilan des forces:  $\vec{P}$  poids de la bille

$\vec{R}$  du tableau de bord.

\* On considère tjs  $R_T$ : ref galiléen.  $R'$  est en mov rectiligne et uniforme %  $R_T$

$\Rightarrow R'$  est un ref galiléen et principe d'inertie est bien vérifié.

$\Rightarrow$  la bille reste immobile ( $\vec{P} = -\vec{R}$  :  $\vec{P}$  compense  $\vec{R}$ )

$R_G$ : Si la voiture accélère  $\Rightarrow$  mov non uniforme %  $R_T$   
 $\Rightarrow$  la bille ne reste plus immobile



C/c : R n'est plus considéré galiléen le P.I n'est pas vérifié.

2. Si la voiture est en mtf uniforme  $\rightarrow$  on aura in remarque d'écart

## II. Principe fondamental de la dynamique (P.F.D)

1) P.F.D dans un réf galiléen ( $R_G$ )

\* Soit un pt mat  $K$  en mtf ds un réf. Galiléen.  $R_G$  de vitesse  $\vec{v}$   
cha particule  $K$  de masse  $m$ .

\* Expérimentalement, on observe que l'app d'une force  $\vec{F}$  sur  $K$  accélère le mtf de ce point, l'accélération  $\vec{a}$  se produit dans le même sens que  $\vec{F}$ .

$$\vec{F} = m \vec{a}_{R_G}(K).$$

ou  $m$  coefficient de proportionnalité de  $\vec{F}$  &  $\vec{a}$ .

Rq : on sait que  $\vec{p} = m \vec{v}$ .

$$\begin{aligned}\vec{F} &= m \cdot \vec{a}_{R_G}(K) = m \frac{d\vec{v}_{R_G}(K)}{dt} \\ &= \frac{d(m \vec{v}_{R_G}(K))}{dt}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad \text{Théorème de la qte du mtf} \rightarrow (\text{P.F.D dans } R_G)$$

2) P.F.D ds un réf galiléen ( $R_G$ ):

Soit  $R_G$  réf absolu

$R'$  réf relatif

\*  $R'$  est en mtf qq % à  $R_G$

$\Rightarrow R'$  est non galiléen

d'après la loi de comp des accélérations

$$\vec{a}_{R_G}(K) = \vec{a}_{R'}(K) + \vec{a}_e(K) + \vec{a}_c(K).$$

$$\Rightarrow m \vec{a}_{R'}(K) = m \vec{a}_{R_G}(K) - m \vec{a}_e(K) - m \vec{a}_c(K)$$

$$m \vec{a}_{R'}(K) = \sum (\vec{F}_{ext} + \vec{F}_{ie} + \vec{F}_{ic})$$

$\vec{F}_{ie} = -m \vec{a}_e$  force d'inertie d'entraînement



$\vec{F}_{ic} = -m\vec{\omega}_c$  force de Coriolis

Cas particulières

Cas d'un mvt de  $R'/R_g$  de translation  $\Rightarrow \vec{\omega}_{R'/R_g} = \vec{0}$

$$\vec{\omega}_c = \vec{\omega}_{R_g}(O') (\vec{\omega}_a(O')) = \vec{0}$$

$$P.F.D \Rightarrow m\vec{\omega}_{R'}(O) = \sum \vec{F}_{ext} - m\vec{\omega}_{R_g}(O')$$

Cas d'un mvt de trans rectiligne uniforme

$$V(O') = \text{cte} \Rightarrow \vec{V}(O') = \text{cte} \quad \text{Mvt rect. uniforme}$$

$$\Rightarrow \vec{\omega}_{R_g}(O') = \vec{0} \Rightarrow \vec{\omega}_c = \vec{\omega}_c = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{ic} = \vec{F}_{ic} = \vec{0}$$

$$m\vec{\omega}_{R'}(O) = \sum \vec{F}_{ext} \quad (\text{P.F.D d'un Ref gal})$$

$R'$  est alors un Ref galiléen (c'est évident car  $R'$  est en mvt de trans rectiligne uniforme % à  $R_g$ )

Cas d'un pt en équilibre ds un Ref non gal :

$$P.F.D \quad m\vec{\omega}_{R'}(M) = \sum \vec{F}_{ext} + \vec{F}_{ic} + \vec{F}_{ic} =$$

$$\text{L'équilibre du pt : } \vec{V}_r = \vec{V}_{R'}(M) = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{\omega}_c = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_{ic} = \vec{0}$$

$$\text{Donc } \vec{V}_{R'}(M) = \vec{0} \Rightarrow \vec{\omega}_{R'}(M) = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \boxed{\sum \vec{F}_{ext} + \vec{F}_{ic} = \vec{0}}$$

Pour un pt en équilibre ds un Ref non galiléen

## II - Principe d'action et de réaction

### 1 - Énoncé :

\* L'action est très égale et opposée à la réaction, c-à-d les actions des 2 corps l'un sur l'autre sont identiques en module et en direction et de sens opposé

Exemple : Interactions électrostatiques/gravitationnelles

Conséquences :

\* Supposons 2 corps (1) et (2)

(1) exerce sur (2)  $\vec{F}_{1/2}$

(2) " " (1)  $\vec{F}_{2/1}$

$$\Rightarrow \vec{F}_{1/2} = -\vec{F}_{2/1}$$



Si ds un Ref gal, les 2 corps sont en mvt

$$\Rightarrow \text{P.F.D : } \begin{cases} \frac{d\vec{p}_1}{dt} = \vec{F}_{1/2} \\ \frac{d\vec{p}_2}{dt} = \vec{F}_{2/1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{d(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)}{dt} = \vec{F}_{1/2} + \vec{F}_{2/1} = \vec{0}$$

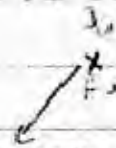
$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \text{cte.}$$

C/c: La qte de mvt d'un système de 2 corps, isolés, soumis à leur seules actions mutuelles est une cte vectorielle

2. Exemples d'interactions.

a. Int. Electrostatique:

\* on considère deux charges:



$$\vec{F}_{1/2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{A}_1 A_2}{\|A_1 A_2\|^3}$$

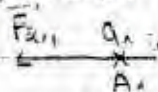
caract de  $\vec{F}_{1/2}$ :

- point d'app:  $A_2$
- direction: Droite passant par  $A_1$  et  $A_2$  (ou  $A_2 \rightarrow A_1$  selon les signes de  $q_1$ )
- Sens: de  $A_1$  à  $A_2$ ; module:  $F_{1/2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{\|A_1 A_2\|}$

\*  $\vec{F}_{2/1}$ : Force elect exercee de  $q_2$  sur  $q_1$ .

$$\vec{F}_{2/1} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{A}_2 A_1}{\|A_2 A_1\|^3}$$

\* Considérons deux charges de même signe ( $q_1 = q_2 = q$ )



$$\vec{F}_{2/1}$$



$$\vec{F}_{1/2}$$

$$q_1 = q_2 = q$$

$$\vec{A}_1 A_2 = r \vec{u}$$

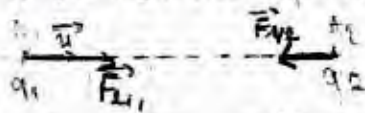
$$\Rightarrow \vec{F}_{1/2} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}$$

$$\text{et } \vec{F}_{2/1} = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}$$

Il s'agit d'une répulsion.



\* cas de l'interaction de deux charges  $q_1 = q$  et  $q_2 = -q$



$$\vec{F}_{12} = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}$$

$$\vec{F}_{21} = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} (-\vec{u}) = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}$$

Il s'agit d'une attraction.

### b. Interaction gravitationnelle:

\* Cette interaction intervient que si les masses des objets sont très importantes.

Énoncé: Deux corps considérés ponctuels de masse  $m$  et  $m'$  séparés par une distance  $R$  exercent l'une sur l'autre des forces attractives. C'est la loi d'attraction gravitationnelle.

$$F = F' = G \frac{m \cdot m'}{R^2}$$

où  $G$  est la cte de gravitation universelle

$\vec{F}_{m_1/m_2}$  :   
 - pt d'app : position de  $m_2$    
 - Direction : droite passant par  $m_1$  et  $m_2$    
 - Sens :  $m_2 \rightarrow m_1$    
 - Module :  $F_{m_1/m_2} = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$

$\vec{F}_{m_2/m_1}$  :   
 - pt d'app :  $m_1$    
 - Direction : droite  $(m_1, m_2)$    
 - Sens :  $m_1 \rightarrow m_2$

Exemple cas de la lune et la terre:

$$\vec{F}_{T/L} = \vec{F}_{L/T} = G \cdot \frac{M_T M_L}{d^2}$$





$$M_T = 5,91 \cdot 10^{24} \text{ kg.}$$

$$M_L = 7,34 \cdot 10^{22} \text{ kg.}$$

$$d = 3,84 \cdot 10^5 \text{ Km.}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ (SI).}$$

$$F_{T/L} = 1,98 \cdot 10^{20} \text{ (N).}$$

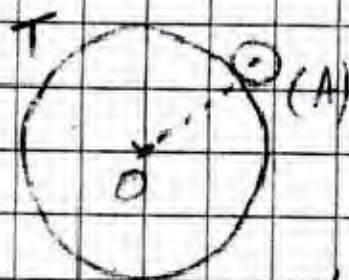


$F_{T/L} = F_{L/T} = 1,98 \cdot 10^{20} \text{ N}$   
 conséquence : Poids d'un objet sur la terre et sur la lune.

1) Poids sur la terre :

La force gravitationnelle exercée par la terre sur un objet (A) de masse  $m$ , situé à la surface (ou de son voisinage) est donné par :

$$F_{T/A} = G \cdot \frac{M_T \cdot m_{(A)}}{r^2}$$



$r = R_T$  (rayon de la terre)

$$\Rightarrow F_{T/(A)} = G \cdot \frac{M_T \cdot m_{(A)}}{R_T^2}$$

Pour tt objet, le terme commun est  $G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$  que l'on identifie à  $g_T$ .

$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$$

et on écrit  $F_{T/(A)} = m \cdot g_T$  : c'est le poids de l'objet (A) sur la terre.

A.N :  $g_T \approx 9,8 \text{ (N.kg)}$

2) Poids de  $m$  objet sur la lune :

\* la force gravit, exercée par la lune sur l'objet A, est :  $F_{L/A} = G \cdot \frac{M_L \cdot m_{(A)}}{R_L^2}$



$\Rightarrow$  On identifie le terme:  $G \cdot \frac{M_L}{R_L^2}$   
par  $g_L$ .

$\Rightarrow F_{L/A} = m_{(A)} \cdot g_L$  ; Poids de l'objet A  
où  $g_L \approx 1,6$  (N.Kg<sup>-1</sup>) sur la lune.

$$\text{ou } g_L \approx 1,6 \text{ (N.Kg}^{-1}\text{)}$$

$\Rightarrow \frac{g_T}{g_L} \approx 6,1$  ; L'objet(A) de masse m

est environ 6 fois plus léger sur la lune  
plus que la terre.

Un objet de masse m n'a pas le m  
c/c poids sur la terre que sur la lune.

## VI. Exemples d'Application du P.F.D :

la puissance caractérisée par ce principe  
réside lorsque les forces exercées sur  
le système à étudié sont connues.

L'application du P.F.D. donne le système  
d'eq. suivant :

$$\begin{cases} f_1(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) = m \cdot \ddot{x} \\ f_2(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) = m \cdot \ddot{y} \\ f_3(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) = m \cdot \ddot{z} \end{cases}$$



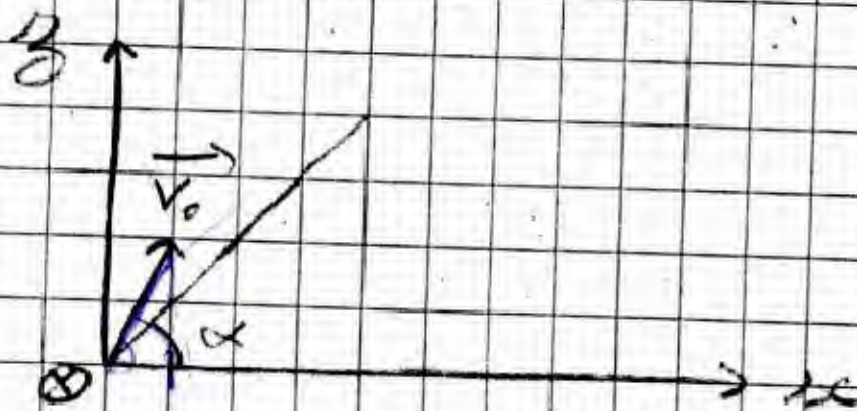
La résolution de ces Equations donnent les eq. horaires du mouvement et donc la trajectoire effectuée par la particule en mouvement,

- Sys. étudié
- Réf d'étude
- Bilan des forces

II - Lancement d'un projectile dans le vide :

On considère le vide afin de ne pas faire intervenir la résistance de l'air  $\Rightarrow$  le projectile est soumis uniquement à son poids.

\* On suppose que le projectile est lancé avec une vitesse initiale ( $\vec{V}_0$ ).  
 $(\vec{V}_0, \vec{Ox}) = \alpha$



- Sys étudié : Projectile de masse  $m$ .
- Réf :  $R(0, x, y, z)$  lié au sol.



⇒ R est un réf. galiléen

- Forces:

$$\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{e}$$

⇒ P.F.D. de un réf. gal.  $m\vec{\ddot{x}} = m\vec{g} \Rightarrow \vec{\ddot{x}} = \vec{g}$   
Projection du P.F.D. sur les 3 axes de R.

$$\begin{cases} - \ddot{x} = \ddot{x} = 0 & (1) \\ - \ddot{y} = \ddot{y} = 0 & (2) \\ - \ddot{z} = \ddot{z} = -g & (3) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow \ddot{x} = V_x = \text{cte} = V_0 \cos \alpha$$

$$\Rightarrow x(t) = V_0 \cos \alpha t + \text{cte}$$

$$\text{or à } t=0, x_0 = y_0 = z_0 = 0 \Rightarrow \text{cte} = 0$$

$$\text{et alors } \boxed{x(t) = V_0 \cos \alpha t}$$

$$(2) \Rightarrow \ddot{y} = \text{cte} = 0 \quad (\text{car } V_{0y} = 0)$$

$\vec{V}_0$  n'a pas de comp. selon Oy

$$\Rightarrow y = \text{cte} = 0 \quad (\text{car à } t=0 \quad y = y_0 = 0)$$
$$y(t) = 0$$

$$(3) \Rightarrow \ddot{z} = V_z = -gt + \text{cte}$$

$$\text{or à } t=0 \quad V_{z0} = V_0 \sin \alpha = \text{cte}$$



$$\Rightarrow \dot{z} = -gt + V_0 \sin \alpha$$

$$\Rightarrow z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin \alpha t + cte$$

$$\text{or à } t=0 \quad z = z_0 = 0 \Rightarrow cte = 0$$

Les eq. horaires du mvt est alors :

$$\begin{cases} x(t) = V_0 \cos \alpha t & (4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y(t) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin \alpha t & (5) \end{cases}$$

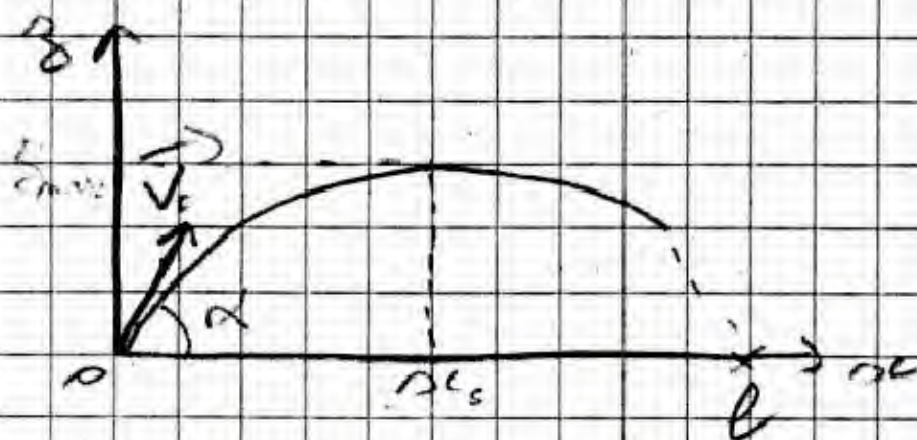
a) Trajectoire du mvt :

En éliminant "t" entre (4) et (5).

on trouve :

$$z(x) = -\frac{1}{2} \frac{g}{V_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha x$$

c'est l'éq. d'une parabole.





b - l'altitude de max de la trajectoire.  
On cherche pour une vitesse donnée  $V_0$   
sous un angle  $\alpha$ .  $z_{\max} = ?$

Pour cela, on calcule  $\frac{dz}{dx} = 0$

$$\Rightarrow \frac{dz}{dx} = 0 \Leftrightarrow x_s = \frac{V_0^2 \cos^2 \alpha}{g} \cdot \tan \alpha$$

abscisse de  $z_{\max}$

$$z_{\max} = z(x_s) = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \quad ; \text{ le sommet de la parabole}$$

$z_{\max}$  dépend de  $V_0$  et de  $\alpha$ .

c - Portée de la parabole,  
c'est le cas où :  $z = 0$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{g}{V_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha \cdot x = 0$$

$$\Rightarrow \frac{g}{2 V_0^2 \cos^2 \alpha} x = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$x = l = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha V_0^2}{g}$$

$$l = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

portée de la parabole.



pour un  $V_0$  donné, la portée est maximale si  $\sin 2\alpha = 1$

$$\Leftrightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \underline{L_{max} = \frac{V_0^2}{g}}$$

d - Parabole de sûreté :

c'est la courbe "enveloppe" de toutes les trajectoires possible d'un projectile lancé depuis l'origine avec une vitesse donnée.

Une trajectoire passe par un point  $Q(x_c, z_c)$ .

alors :

$$\underline{z_c = -\frac{1}{2} \frac{g}{V_0^2 \cos^2 \alpha} x_c^2 + \tan \alpha x_c}$$

En posant:  $\tan \alpha = u$  (l'inconnue c'est  $u$ )

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha \tan^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha (1 + u^2) = 1$$

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + u^2}$$

$$-\frac{1}{2} \frac{g}{V_0^2} (1 + u^2) x_c^2 + u x_c = z_c$$

$$-\frac{1}{2} \frac{g}{V_0^2} x_c^2 u^2 + x_c u - \left( \frac{g}{2V_0^2} x_c^2 + z_c \right) = 0$$

$$\Delta = x_c^2 - \frac{2gx_c^2}{V_0^2} \left( z_c + \frac{g}{2V_0^2} x_c^2 \right)$$



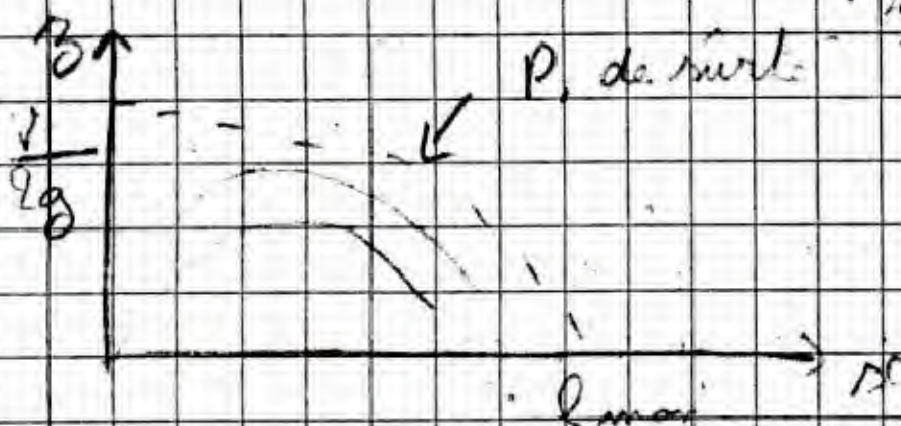
de cette éq. admet des racines réelles  
 Si  $\Delta \geq 0$ ,  $\Leftrightarrow \frac{V_0^2}{2g} - \frac{g x_c^2}{2V_0^2} \geq z_c$

la résolution est possible si,

$$z_c \leq \frac{V_0^2}{2g} - \frac{g x_c^2}{2V_0^2} \quad \text{par le projectile}$$

des points accessibles du plan  $(O, x, z)$   
 pour une vitesse donnée, sont donc situés en  
 dessous de la courbe courbe.

$$z = \frac{-g}{2V_0^2} x_c^2 + \frac{V_0^2}{2g} : \text{c'est la parabole de Sécurité}$$



VI - 2 Mvt d'une charge ds un  
 champ électrique uniforme.  
 En absence d'un champ magnétique  
 la particule est soumise à :

$$\begin{aligned} \vec{F} &= q \cdot \vec{E} \\ \vec{P} &\ll \vec{F} \Rightarrow P.F.D : m \vec{\gamma} = \vec{F}_e \\ \Rightarrow m \cdot \vec{\gamma} &= q \vec{E} \end{aligned}$$



supposons qu'à l'instant  $t = 0$ , la particule est lancée d'un point  $O$ , du plan  $Oxy$  avec une vitesse  $\vec{V}_0$ , faisant un angle  $\alpha$  avec l'axe  $Ox$ , et le champ  $E$  est colinéaire et du même sens qu'à l'axe  $Oz$ .

$$\Rightarrow \vec{\gamma} = \frac{q}{m} \vec{E}$$

Du fait que ce problème est analogue à celui du lancement de projectile dans le vide.

le raisonnement fait, on trouve.

$$\begin{cases} x(t) = V_0 \cos \alpha t \\ y(t) = 0 \\ z(t) = \frac{qE}{2qm} t^2 + V_0 \sin \alpha t \end{cases}$$

$\Rightarrow$  l'éq. de la trajectoire est ;

$$z = \frac{qE}{2m V_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha x$$

c'est une parabole.





ETUSUP.com

Programmation  
**Cours**  
Electricité  
Physique  
Résumés  
Analyse  
Livres  
Informatique  
Optique  
Chimie  
Algèbre  
Corrigés  
Diapo  
**Exercices**  
Contrôles Continus  
Langues  
MTU  
Thermodynamique  
Multimedia  
**Divers**  
Economie  
Travaux Dirigés  
Chimie Organique  
Mathématiques  
Mécanique  
Travaux Pratiques  
Droit

et encore plus..